<u>ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΤΗΝ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΚΙΝΗΣΗ</u>

<u>Αλγεβρική τιμή διανύσματος</u>

Όταν ένα διάνυσμα είναι παράλληλο σε έναν άξονα (δηλαδή μια ευθεία στην οποία έχουμε ορίσει θετική φορά), τότε αλγεβρική τιμή του διανύσματος είναι ένας αριθμός :

• ίσος με το μέτρο του διανύσματος, αν το διάνυσμα έχει θετική φορά ή

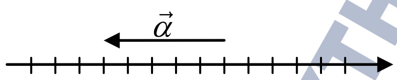
• αντίθετος με το μέτρο του διανύσματος, αν το διάνυσμα έχει αρνητική φορά.

Παρατηρούμε ότι η αλγεβρική τιμή σε αντίθεση με το μέτρο μπορεί να είναι και αρνητικός αριθμός.

Σε πολλά βιβλία συμπεριλαμβανομένου και του σχολικού, το μέτρο και η αλγεβρική τιμή έχουν το ίδιο σύμβολο και έτσι δημιουργείται σύγχυση. Γι' αυτό εμείς θα χρησιμοποιούμε τους εξής συμβολισμούς. Με $\vec{\alpha}$ θα συμβολίζουμε το διάνυσμα, με α θα συμβολίζουμε την αλγεβρική τιμή του διανύσματος $\vec{\alpha}$ και με $|\alpha|$ θα συμβολίζουμε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha}$.

Από τον ορισμό της αλγεβρικής τιμής είναι φανερό ότι $\alpha = \pm|\alpha|$. Συγκεκριμένα είναι $\alpha = +|\alpha|$ αν $\alpha > 0$ και $\alpha = -|\alpha|$ αν $\alpha < 0$.

Για παράδειγμα για το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ του σχήματος



είναι : $|\alpha|$=5 και α =-5.

Με τη χρήση της αλγεβρικής τιμής επιτυγχάνονται δύο πράγματα :

• Με τη γνώση μόνο ενός αριθμού (της αλγεβρικής τιμής), γνωρίζουμε όλα τα χαρακτηριστικά του διανύσματος, άρα όπως και στα μονόμετρα μεγέθη, μας αρκεί ένας αριθμός για να προσδιοριστούν πλήρως. Π.χ. αν ένα διάνυσμα $\vec{\beta}$ με διεύθυνση την ευθεία του προηγούμενου σχήματος, ξέρουμε ότι έχει αλγεβρική τιμή β =4, μπορούμε εύκολα να το σχεδιάσουμε (σχεδιάστε το).

• Μπορούμε πολύ εύκολα να μετατρέψουμε τις διανυσματικές σχέσεις σε σχέσεις μεταξύ αριθμών. Αυτό γίνεται αν απλώς παραλείψουμε τα διανύσματα και στη θέση τους μείνουν οι <u>αλγεβρικές τιμές</u> (όχι τα μέτρα), των μεγεθών που εμφανίζονται στη σχέση. Π.χ. η διανυσματική σχέση $\Delta\vec{x} = \vec{x} - \vec{x}_o$ γίνεται $\Delta x = x - x_o$. <u>Να μην ξεχνάμε όμως ότι για να γίνει αυτό πρέπει όλα τα διανύσματα να έχουν την ίδια διεύθυνση.</u>

<u>Σημειακά αντικείμενα</u>

Σε αυτό το κεφάλαιο θα ασχοληθούμε μόνο με σημειακά σώματα, σώματα δηλαδή που δεν έχουν διαστάσεις. Στην πραγματικότητα βέβαια δεν υπάρχουν τέτοια σώματα αλλά μπορούν να θεωρηθούν τέτοια, αυτά που δεν περιστρέφονται αλλά μόνο μεταφέρονται.

<u>Θέση</u>

Η θέση ενός σώματος προσδιορίζεται με το διανυσματικό μέγεθος θέση που συμβολίζεται $\vec{x}$. Αν το διάνυσμα της θέσης μεταφερθεί ώστε να έχει αρχή το σημείο αναφοράς, τότε το σώμα βρίσκεται στο τέλος του διανύσματος. Βέβαια επειδή στις ευθύγραμμες κινήσεις το σώμα είναι σίγουρα πάνω σε μια ευθεία, για τον προσδιορισμό της θέσης σε μια τέτοια κίνηση, αρκεί η γνώση μόνο της αλγεβρικής τιμής της θέσης x. Π.χ. αν η θέση ενός σώματος που βρίσκεται σε οριζόντιο άξονα με θετική φορά προς τα δεξιά, έχει αλγεβρική τιμή x =-2cm, καταλαβαίνουμε ότι το σώμα βρίσκεται σε απόσταση 2cm αριστερά από το 0. Το σημείο 0 (μηδέν) λέγεται σημείο αναφοράς και μπορεί να επιλεγεί οποιοδήποτε σημείο της ευθείας. Η θέση στο SI μετριέται σε m (μέτρα). Η τιμή του μεγέθους θέση αλλάζει αν αλλάξουμε το σύστημα αναφοράς (δηλαδή διαλέξουμε το μηδέν σε άλλο σημείο).

Πότε ένα σώμα κινείται

Ένα σώμα κινείται όταν αλλάζει θέση ως προς ένα σύστημα αναφοράς. Η κίνηση είναι σχετική έννοια, δηλαδή ένα σώμα μπορεί να κινείται ως προς ένα σύστημα αναφοράς και να μην κινείται ως προς ένα άλλο.

Μετατόπιση

Μετατόπιση ενός σώματος είναι το διανυσματικό μέγεθος που μας δείχνει τη μεταβολή της θέσης του και ορίζεται απ' τη σχέση $\Delta\vec{x} = \vec{x} - \vec{x}_o$ όπου $\vec{x}$ η τελική και $\vec{x}_o$ η αρχική θέση του σώματος. Αν το διάνυσμα της μετατόπισης μεταφερθεί να έχει αρχή την αρχική θέση, τότε το τέλος του διανύσματος είναι στην τελική θέση του σώματος. Στην ευθύγραμμη κίνηση η προηγούμενη διανυσματική σχέση γίνεται $\Delta x = x - x_o$. Αν η αλγεβρική τιμή της μετατόπισης Δx είναι θετική, τότε το σώμα έχει μετατοπιστεί συνολικά προς τη θετική φορά του άξονα αλλιώς αν η Δx είναι αρνητική, το σώμα έχει μετατοπιστεί συνολικά προς την αρνητική φορά. Η μετατόπιση στο SI μετριέται σε m (μέτρα). Όταν ένα σώμα εκτελεί διαδοχικές κινήσεις, για τη συνολική μετατόπιση ισχύει $\Delta x_{o\lambda} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + ...$

Διάστημα

Διάστημα s είναι το μονόμετρο μέγεθος που μας δείχνει πόση απόσταση διήνυσε συνολικά το σώμα κατά τη μετακίνηση του. Αν το σώμα στην ευθύγραμμη κίνηση δεν αλλάζει κατεύθυνση κίνησης, είναι s=$|\Delta x|$, αλλιώς το s είναι μεγαλύτερο. Όταν ένα σώμα εκτελεί διαδοχικές κινήσεις, για το συνολικό διάστημα ισχύει $s_{ο\lambda}=s_1+s_2+s_3+......$

(Στιγμιαία) Ταχύτητα

Ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ (στιγμιαία), είναι το διανυσματικό μέγεθος που μας δείχνει πόσο γρήγορα κινείται ένα σώμα και ορίζεται ως ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του. Επειδή η θέση μπορεί να μην μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό κατά την μετακίνηση του σώματος, ο ρυθμός υπολογίζεται για πάρα πολύ μικρό χρονικό διάστημα dt μέσα στο οποίο δεν προλαβαίνει να αλλάξει. Αν σε χρόνο dt η θέση αλλάζει κατά $d\,\vec{x}$ τότε η ταχύτητα είναι $\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{x}}{dt}$. Για ευθύγραμμες κινήσεις η σχέση αυτή γίνεται $\upsilon = \frac{dx}{dt}$. Η κατεύθυνση του διανύσματος της ταχύτητας είναι η ίδια με αυτή του διανύσματος της μετατόπισης και είναι ίδια με τη φορά της κίνησης. Η μονάδα της ταχύτητας στο SI είναι το m/s. Μια άλλη πολύ συνηθισμένη μονάδα ταχύτητας είναι το Km/h.

Μέση Ταχύτητα

Μέση ταχύτητα υ_μ είναι το μονόμετρο μέγεθος που ορίζεται από τη σχέση $\upsilon_\mu = \frac{s}{\Delta t}$ και μας δείχνει την σταθερή ταχύτητα που θα έπρεπε να κινείται το σώμα για να διανύσει την απόσταση s σε χρόνο Δt.

(Στιγμιαία) Επιτάχυνση

Επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ (στιγμιαία), είναι το διανυσματικό μέγεθος που μας δείχνει πόσο γρήγορα αλλάζει η ταχύτητα του σώματος και ορίζεται ως ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας. Επειδή η ταχύτητα μπορεί να μην μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό κατά την μετακίνηση του σώματος, ο ρυθμός υπολογίζεται για πάρα πολύ μικρό χρονικό διάστημα dt μέσα στο οποίο δεν προλαβαίνει να αλλάξει. Αν σε χρόνο dt η ταχύτητα αλλάζει κατά $d\vec{\upsilon}$ τότε η επιτάχυνση είναι $\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$ και για ευθύγραμμες κινήσεις $\alpha = \frac{d\upsilon}{dt}$. Η κατεύθυνση του διανύσματος της επιτάχυνσης είναι ίδια με την κατεύθυνση του διανύσματος της ταχύτητας όταν το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται (επιταχυνόμενη κίνηση) και αντίθετη με την κατεύθυνση του διανύσματος της ταχύτητας όταν το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται (επιβραδυνόμενη κίνηση). Η μονάδα της επιτάχυνσης στο SI είναι το m/s^2.

Μέση Επιτάχυνση

Μέση επιτάχυνση $\vec{\alpha}_\mu$ είναι το διανυσματικό μέγεθος που έχει αλγεβρική τιμή $\alpha_\mu = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$,όπου Δυ είναι η συνολική μεταβολή της ταχύτητας στο χρονικό διάστημα Δt.

Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

Ευθύγραμμη ομαλή είναι η κίνηση κατά την οποία η ταχύτητα παραμένει σταθερή. Σε αυτήν την κίνηση η μέση ταχύτητα είναι ίση με τη στιγμιαία.

Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη ονομάζεται η κίνηση στην οποία η επιτάχυνση παραμένει σταθερή. Σε αυτήν την κίνηση η μέση επιτάχυνση είναι ίση με τη στιγμιαία.

Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη ονομάζεται η κίνηση στην οποία το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται με σταθερό ρυθμό.

Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη ονομάζεται η κίνηση στην οποία το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται με σταθερό ρυθμό.

- Μπορούμε εύκολα να καταλάβουμε αν ένα σώμα εκτελεί επιταχυνόμενη ή επιβραδυνόμενη κίνηση ως εξής : αν κάποια στιγμή τα διανύσματα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης έχουν ίδια φορά τότε η κίνηση είναι επιταχυνόμενη, ενώ αν έχουν αντίθετη φορά τότε η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη.
- Δεν είναι σωστό να λέμε ότι η ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση χωρίζεται σε επιταχυνόμενη και επιβραδυνόμενη. Μπορεί μια κίνηση να είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη και να είναι σε κάποιο χρονικό διάστημα επιταχυνόμενη και σε κάποιο άλλο επιβραδυνόμενη. Π.χ. η κατακόρυφη βολή προς τα πάνω είναι συνολικά ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη, ενώ είναι επιβραδυνόμενη κατά την άνοδο και επιταχυνόμενη κατά την κάθοδο του σώματος.

Παρατήρηση

Αν η αρχική θέση του σώματος είναι η $x_o=0$ τότε **και μόνο τότε** $\Delta x=x$ δηλαδή η μετατόπιση είναι ίση με την τελική θέση του σώματος. Ομοίως αν η αρχική χρονική στιγμή είναι η $t_o=0$ τότε **και μόνο τότε** $\Delta t=t$ δηλαδή το χρονικό διάστημα είναι ίσο με την τελική χρονική στιγμή.

Σχέσεις που ισχύουν σε κάθε κίνηση

Διανυσματικές σχέσεις

	Μετατόπιση	Ταχύτητα	Επιτάχυνση
Ευθύγραμμη ομαλή	$\Delta\vec{x} = \vec{\upsilon}\cdot\Delta t$	$\vec{\upsilon} =$ σταθερή	$\vec{\alpha} = \vec{0}$
Ευθύγρ. ομαλά μεταβαλλόμενη	$\Delta\vec{x} = \vec{\upsilon}_o\cdot\Delta t + \frac{1}{2}\cdot\vec{a}\cdot\Delta t^2$	$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_o + \vec{\alpha}\cdot\Delta t$	$\vec{\alpha} =$ σταθερή

Σχέσεις αλγεβρικών τιμών

	Μετατόπιση	Ταχύτητα	Επιτάχυνση
Ευθύγραμμη ομαλή	$\Delta x = \upsilon\cdot\Delta t$	$\upsilon =$ σταθερή	$\alpha = 0$
Ευθύγρ. ομαλά μεταβαλλόμενη	$\Delta x = \upsilon_o\cdot\Delta t + \frac{1}{2}\cdot a\cdot\Delta t^2$	$\upsilon = \upsilon_o + \alpha\cdot\Delta t$	$\alpha =$ σταθερή

• Όταν εφαρμόζουμε τις σχέσεις με αλγεβρικές τιμές, θα πρέπει να θεωρούμε μια θετική φορά (όποια θέλουμε) και να αντικαθιστούμε τα γνωστά μεγέθη με το κατάλληλο πρόσημο.
• Ένα πλεονέκτημα της χρήσης των σχέσεων με αλγεβρικές τιμές σε σχέση με αυτές που ακολουθούν με τα μέτρα, είναι ότι βρίσκοντας την αλγεβρική τιμή του άγνωστου μεγέθους (αν είναι διανυσματικό), έχουμε βρει και την κατεύθυνση του.

<u>Σχέσεις μέτρων</u>

	Διάστημα	**Ταχύτητα**	**Επιτάχυνση**
Ευθύγραμμη ομαλή	$s=\lvert\upsilon\rvert\cdot\Delta t$	Σταθερή	Δεν υπάρχει
Ευθύγρ. ομαλά επιταχυνόμενη	$s=\lvert\upsilon_o\rvert\cdot\Delta t+\frac{1}{2}\cdot\lvert\alpha\rvert\cdot\Delta t^2$	$\lvert\upsilon\rvert=\lvert\upsilon_o\rvert+\lvert\alpha\rvert\cdot\Delta t$	Ίδια φορά με $\vec{\upsilon}$ και $\vec{\upsilon}_o$
Ευθύγρ. ομαλά επιβραδυνόμενη	$s=\lvert\upsilon_o\rvert\cdot\Delta t-\frac{1}{2}\cdot\lvert\alpha\rvert\cdot\Delta t^2$	$\lvert\upsilon\rvert=\lvert\upsilon_o\rvert-\lvert\alpha\rvert\cdot\Delta t$	Αντίθετη φορά με $\vec{\upsilon}$ και $\vec{\upsilon}_o$

<u>Αποδείξεις σχέσεων κεφαλαίου</u>

<u>•Ευθ. ομαλή κίνηση-απόδειξη της σχέσης</u> $\Delta x=\upsilon\cdot\Delta t$

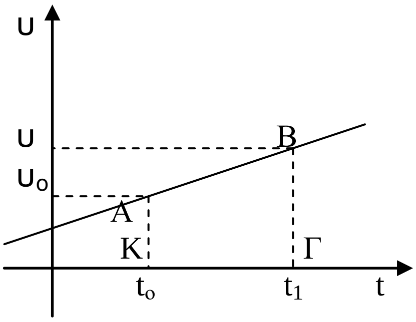
Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση αφού η ταχύτητα είναι σταθερή, η θέση μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό, άρα στον ορισμό της ταχύτητας υ= $\frac{dx}{dt}$ δεν είναι ανάγκη να θεωρήσουμε πολύ μικρό χρονικό διάστημα dt αλλά οποιοδήποτε χρονικό διάστημα Δt μέσα στο οποίο η μετατόπιση θα είναι Δx. Άρα ο ορισμός της ταχύτητας γίνεται υ= $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ απ' όπου προκύπτει εύκολα η σχέση που θέλουμε να αποδείξουμε.

<u>•Ευθ. ομαλά επιτ. κίνηση-απόδειξη της σχέσης</u> $\upsilon=\upsilon_o+\alpha\cdot\Delta t$

Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση αφού η επιτάχυνση είναι σταθερή, η ταχύτητα μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό άρα στον ορισμό της επιτάχυνσης α= $\frac{d\upsilon}{dt}$ δεν είναι ανάγκη να θεωρήσουμε πολύ μικρό χρονικό διάστημα dt αλλά οποιοδήποτε χρονικό διάστημα Δt μέσα στο οποίο η μεταβολή της ταχύτητας θα είναι Δυ. Άρα ο ορισμός της επιτάχυνσης γίνεται $\alpha=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}\rightarrow\Delta\upsilon=\alpha\cdot\Delta t\rightarrow\upsilon-\upsilon_o=\alpha\cdot\Delta t\rightarrow\upsilon=\upsilon_o+\alpha\cdot\Delta t$.

<u>•Ευθ. ομαλά επιτ. κίνηση-απόδειξη της σχέσης</u> $\Delta x=\upsilon_o\cdot\Delta t+\frac{1}{2}\cdot a\cdot\Delta t^2$

Κάνουμε πρώτα τη γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου (υ-t) :



Όπως θα δούμε και παρακάτω, η μετατόπιση Δx είναι το εμβαδό του τραπεζίου ΑΒΓΚ. Η μεγάλη βάση είναι η ΒΓ=υ, η μικρή βάση είναι η ΑΚ=υ_o και το ύψος είναι ΚΓ=t_1-t_o=Δt. Άρα έχουμε Δx=Εμβαδό=$\dfrac{(\mathrm{B\Gamma}+\mathrm{AK})\cdot \mathrm{K\Gamma}}{2}=\dfrac{(\upsilon+\upsilon_o)\cdot\Delta t}{2}$. Όμως ξέρουμε ότι $\upsilon=\upsilon_o+\alpha\cdot\Delta t$ άρα έχουμε Δx=$\dfrac{(\upsilon_o+\alpha\cdot\Delta t+\upsilon_o)\cdot\Delta t}{2}=\dfrac{2\cdot\upsilon_o\cdot\Delta t+\alpha\cdot\Delta t^2}{2}=\dfrac{2\cdot\upsilon_o\cdot\Delta t}{2}+\dfrac{\alpha\cdot\Delta t^2}{2}$ και έτσι $\Delta x=\upsilon_o\cdot\Delta t+\dfrac{1}{2}\cdot a\cdot\Delta t^2$.

<u>Αλλαγή κατεύθυνσης στην ευθ. ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση</u>

Όταν το σώμα κάνει ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση το μέτρο της ταχύτητας του μειώνεται, μηδενίζεται στιγμιαία και μετά που το σώμα αλλάζει φορά κίνησης αυξάνεται. Έτσι η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη μέχρι το σώμα να σταματήσει και ομαλά επιταχυνόμενη στη συνέχεια. Παρόλα αυτά η επιτάχυνση του σώματος είναι σταθερή **<u>σε όλη τη διάρκεια της κίνησης</u>** και η φορά της είναι αντίθετη με τη φορά της επιβραδυνόμενης αρχικής κίνησης. Έτσι για να μελετήσουμε αυτή την κίνηση δεν είναι ανάγκη να τη χωρίσουμε σε δύο κινήσεις αλλά οι ίδιες σχέσεις ισχύουν και στη μια κατεύθυνση και στην άλλη. Αν πάρουμε θετική φορά τη φορά της αρχικής ταχύτητας (δηλαδή τη φορά της επιβραδυνόμενης), τότε οι σχέσεις που ισχύουν είναι οι γνωστές $\Delta x=\upsilon_o\cdot\Delta t-\dfrac{1}{2}\cdot|\alpha|\cdot\Delta t^2$ και $\upsilon=\upsilon_o-|\alpha|\cdot\Delta t$. Να προσέξουμε ότι το πρόσημο της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας είναι θετικό στην επιβραδυνόμενη και αρνητικό στην επιταχυνόμενη, το πρόσημο της αλγεβρικής τιμής της μετατόπισης είναι θετικό μέχρι το σώμα να επιστρέψει στην αρχική του θέση και αρνητικό στη συνέχεια, ενώ το πρόσημο της αλγεβρικής τιμής της επιτάχυνσης είναι συνέχεια αρνητικό (το πλην έχει ήδη μπει στις σχέσεις). Επίσης τη στιγμή που το σώμα επιστρέφει στην αρχική του θέση είναι Δx=0.

<u>Διαγράμματα</u>

● Στο διάγραμμα θέσης-χρόνου (x-t), μετατόπισης-χρόνου (Δx-t) και διαστήματος-χρόνου (s-t), από την κλίση σε κάποιο σημείο βρίσκουμε την ταχύτητα εκείνη την χρονική στιγμή.

● Στο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου (υ-t) από την κλίση σε κάποιο σημείο βρίσκουμε την επιτάχυνση εκείνη την χρονική στιγμή, ενώ από το εμβαδό ανάμεσα σε δύο χρονικές στιγμές βρίσκουμε τη μετατόπιση για εκείνο το χρονικό διάστημα.

● Στο διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου (α-t) από το εμβαδό ανάμεσα σε δύο χρονικές στιγμές βρίσκουμε τη μεταβολή της ταχύτητας Δυ για εκείνο το χρονικό διάστημα.

● Να θυμηθούμε ότι αν μια συνάρτηση είναι πρώτου βαθμού ως προς τις μεταβλητές της (δηλαδή έχει τη μορφή y=αx+β), η γραφική της παράσταση είναι ευθεία, ενώ από όλες τις καμπύλες μόνο η ευθεία έχει σταθερή κλίση σε όλα τα σημεία της. Επίσης αν μια συνάρτηση είναι της μορφής $y=\alpha x^2+\beta x+\gamma$ είναι παραβολή με τα κοίλα προς τα πάνω αν το α είναι θετικό και τα κοίλα προς τα κάτω αν το α είναι αρνητικό.

● Στα διαγράμματα (Δx-t) και (s-t), όταν λέμε μετατόπιση ή διάστημα τη χρονική στιγμή t, εννοούμε τη μετατόπιση ή το διάστημα για το χρονικό διάστημα από τη χρονική στιγμή $t_o=0$ έως τη χρονική στιγμή t.

● Δύο μεγέθη x και y είναι ανάλογα, όταν συνδέονται με τη σχέση y=αx όπου α=σταθερό. Παράδειγμα στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση που ισχύει $\Delta x=\upsilon\cdot\Delta t$, το Δx είναι ανάλογο του Δt, αφού υ=σταθερό και στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με $t_o=0$, $\upsilon_o=0$ και $x_o=0$, είναι $x=\frac{1}{2}\cdot\alpha\cdot t^2$, άρα το x είναι ανάλογο του t^2 αφού $\frac{1}{2}\cdot\alpha$ =σταθερό.

● Η γραφική παράσταση για δύο ποσά ανάλογα, είναι ευθεία που περνά απ' την αρχή των αξόνων.